

Jornada Anual de Riesgos 2025 del Club de Gestión de Riesgos de la República Dominicana

Metodologías de optimización de carteras: Dinámicas del portfolio y la causalidad, utilizando diferenciación automática en redes neuronales.

Alejandro Rodríguez Domínguez

Director de Análisis Cuantitativo e Inteligencia Artificial en Miraltabank

Teoría de Carteras Moderna

Sus estimaciones muestrales conducen a un desempeño muy deficiente fuera de muestra debido a la incertidumbre en los parámetros. La gestión tradicional de carteras (Markowitz, CAPM, APT) asume:

- Distribuciones normales y riesgos estables.
- Covarianzas fijas en el tiempo.

En la práctica, los mercados presentan:

- Cambios de régimen (crisis financieras, pandemias, inflación).
- Riesgos ocultos y correlaciones espurias.
- Resultado: estrategias frágiles que fallan cuando más se necesitan

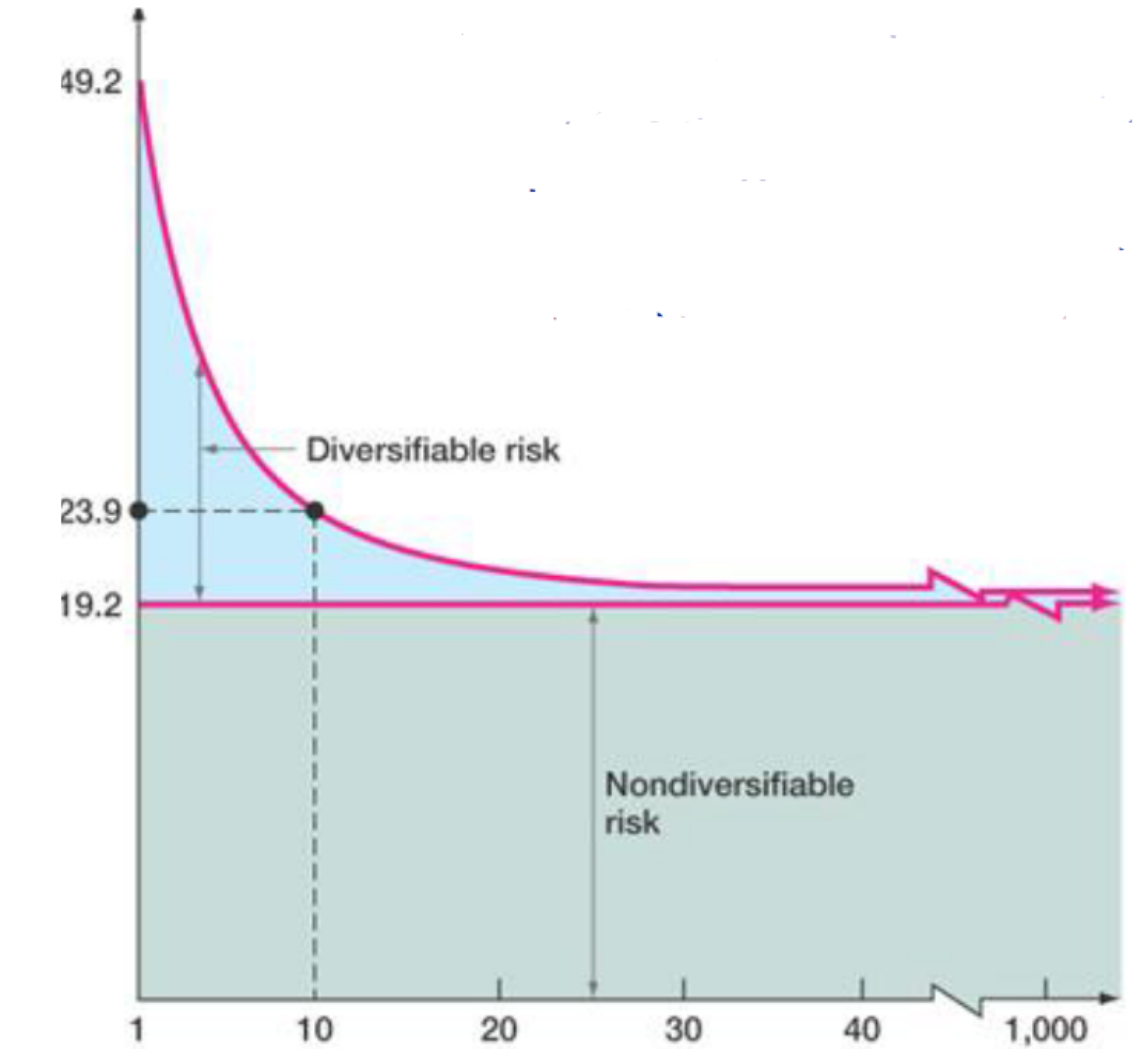


Figura 1: Límites de la diversificación. Statman (1987)

Problemas de la inversión con factores

- **Correlaciones espurias**
- **Efectos no lineales**
- **Inestabilidad temporal.** Los factores y sus relaciones con los rendimientos pueden cambiar con el tiempo.
- **Multicolinealidad.** Correlaciones altas entre factores pueden dificultar la interpretación y precisión del modelo.

Falta Predictabilidad (Machine Learning)

Periodo	Antes	Después (Bruto)	Después (Neto)	Dif. (Bruto-Antes)	Dif. (Neto-Antes)
Todos los años antes y después de la cotización	3.07%*** (4.87)	-1.24%*** (-3.33)	-1.43%*** (-3.69)	-4.31%*** (-4.68)	-4.50%*** (-4.79)
(-1 Año, +1 Año) alrededor de la cotización	1.64%*** (3.69)	0.17% (0.32)	-0.13% (-0.29)	-1.47%** (-2.79)	-1.77%*** (-3.25)
(-2 Años, +2 Años) alrededor de la cotización	1.20%** (2.66)	-0.29% (-0.69)	-0.52% (-1.17)	-1.49%** (-2.27)	-1.72%** (-2.56)
(-3 Años, +3 Años) alrededor de la cotización	1.60%*** (4.32)	0.02% (0.03)	-0.19% (-0.26)	-1.59%** (-2.01)	-1.80%** (-2.24)

Figura 2: Rendimiento del Índice Antes de la Cotización y del ETF Después de la Cotización. Los números entre paréntesis son los valores t-estadísticos. * p<0.10, ** p<0.05, *** p<0.01 (Huang S et al., 2024)

Factores como espacios proyectivos

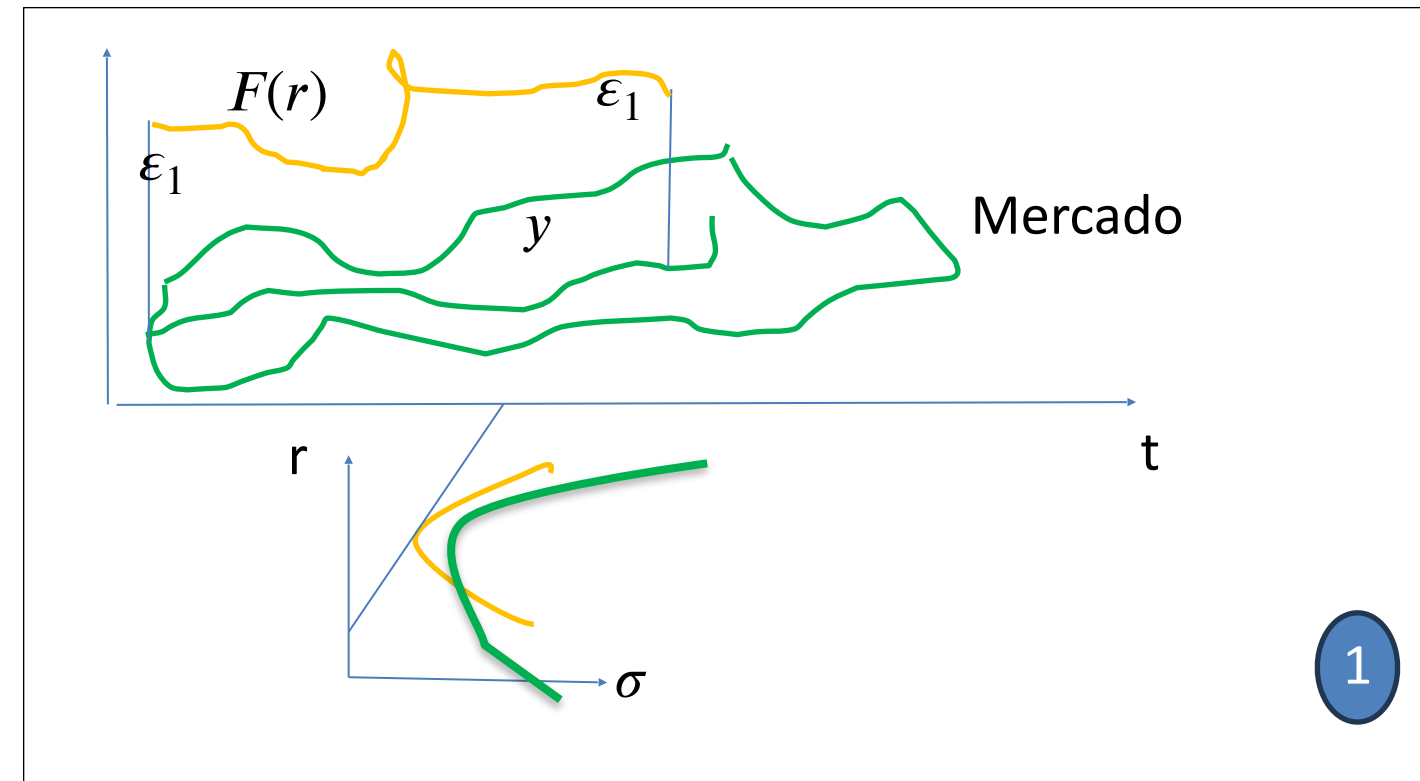


Figura 3: Caso no condicionado (Markowitz). Predicción (arriba) y frontera eficiente de la solución Mean Variance (abajo)

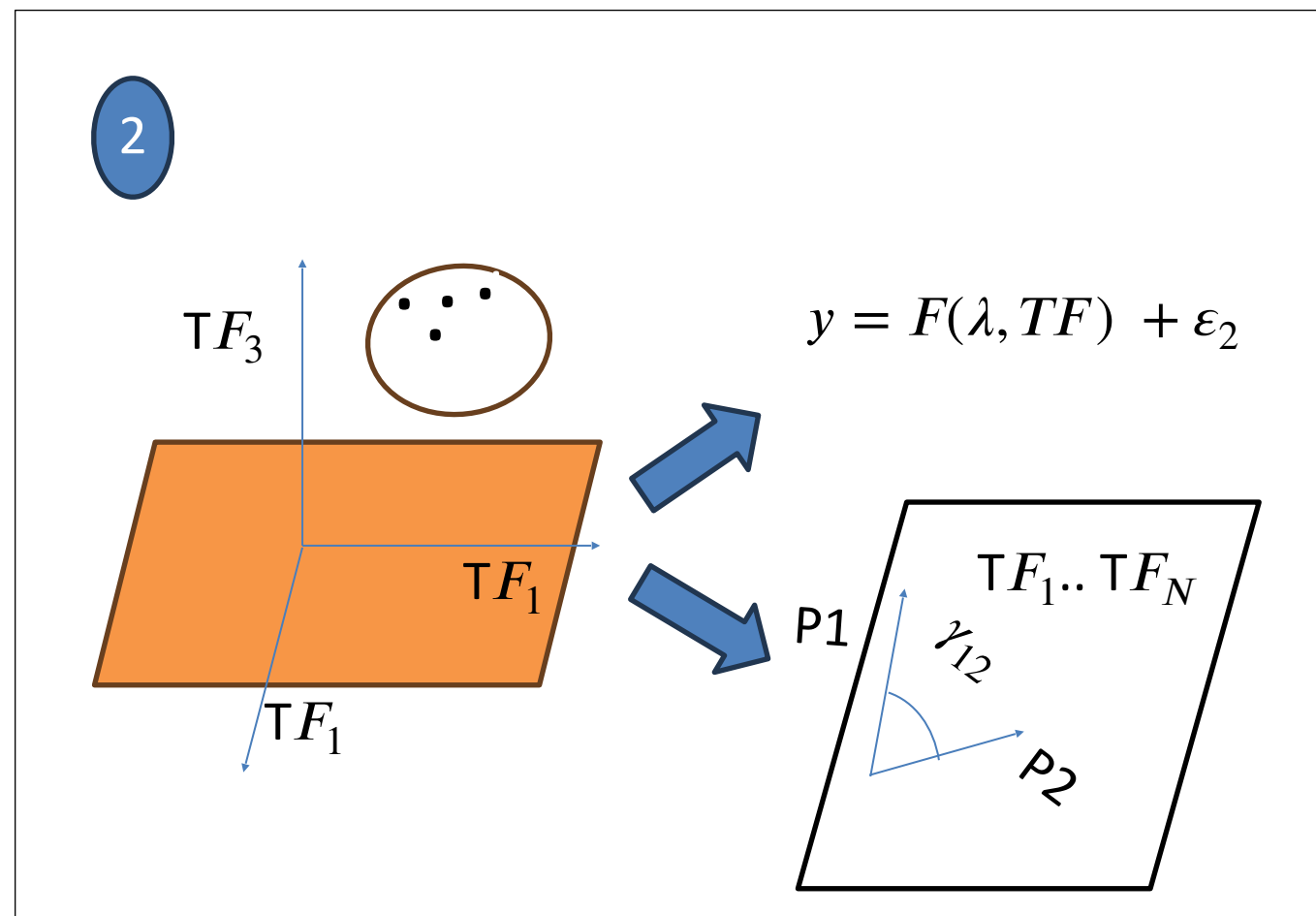


Figura 4: Caso condicionado (Factores). Modelo predictivo y espacio proyectivo para coberturas.

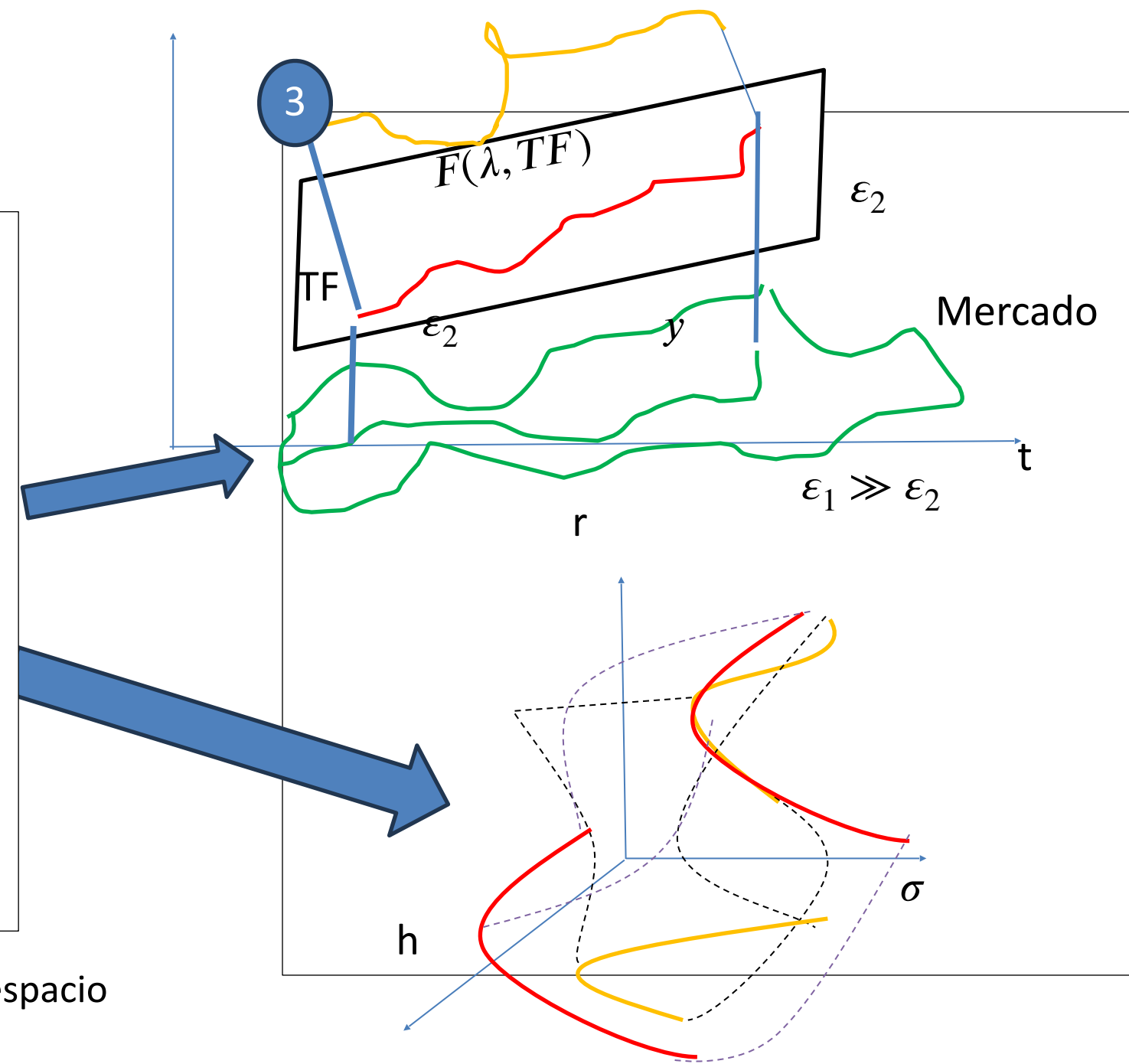


Figura 5: Espacio proyectivo entre el valor predicho y el real (arriba). Frontera eficiente en rojo (con factores), intermedia entre el caso incondicional (Markowitz) en amarillo y el real (abajo).

Un problema de geometría proyectiva

$$P_t \rightarrow (r_t, \sigma_t) \rightarrow [a_1, \dots, a_N]$$

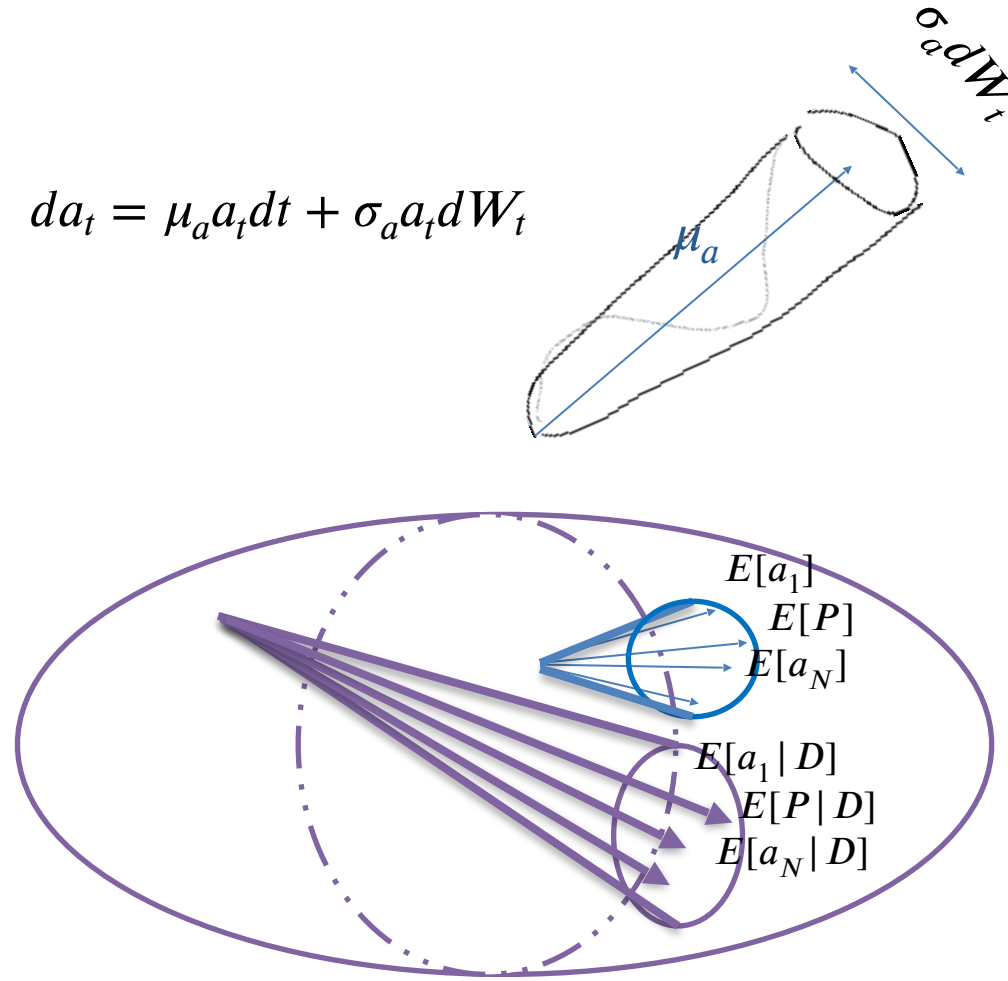


Fig 6: Dinámicas condicionales vs incondicionales

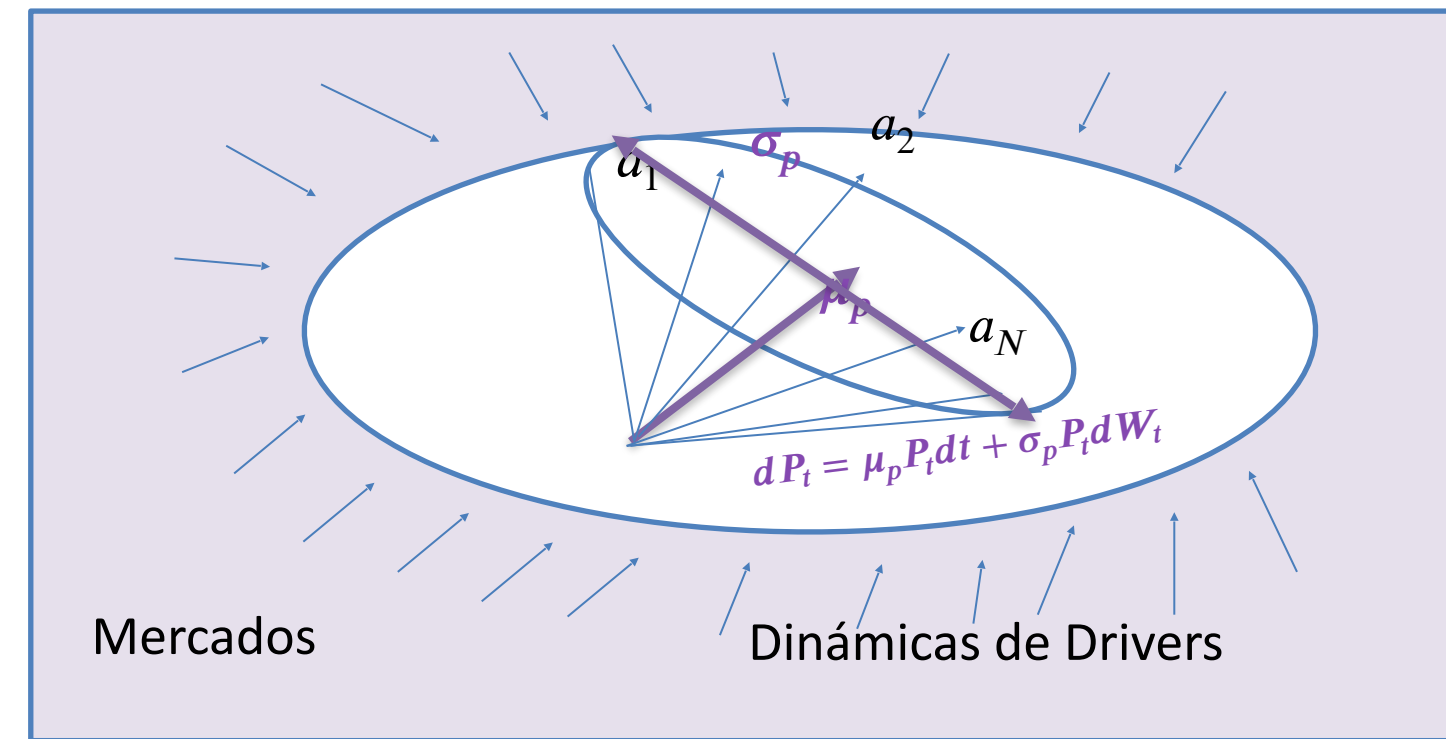


Fig 7: Dinámicas de la cartera vs mercados financieros

(Distribuciones Riesgos, Trayectorias Diversificación, Información)=Todo



Depende del espacio proyectivo que se use

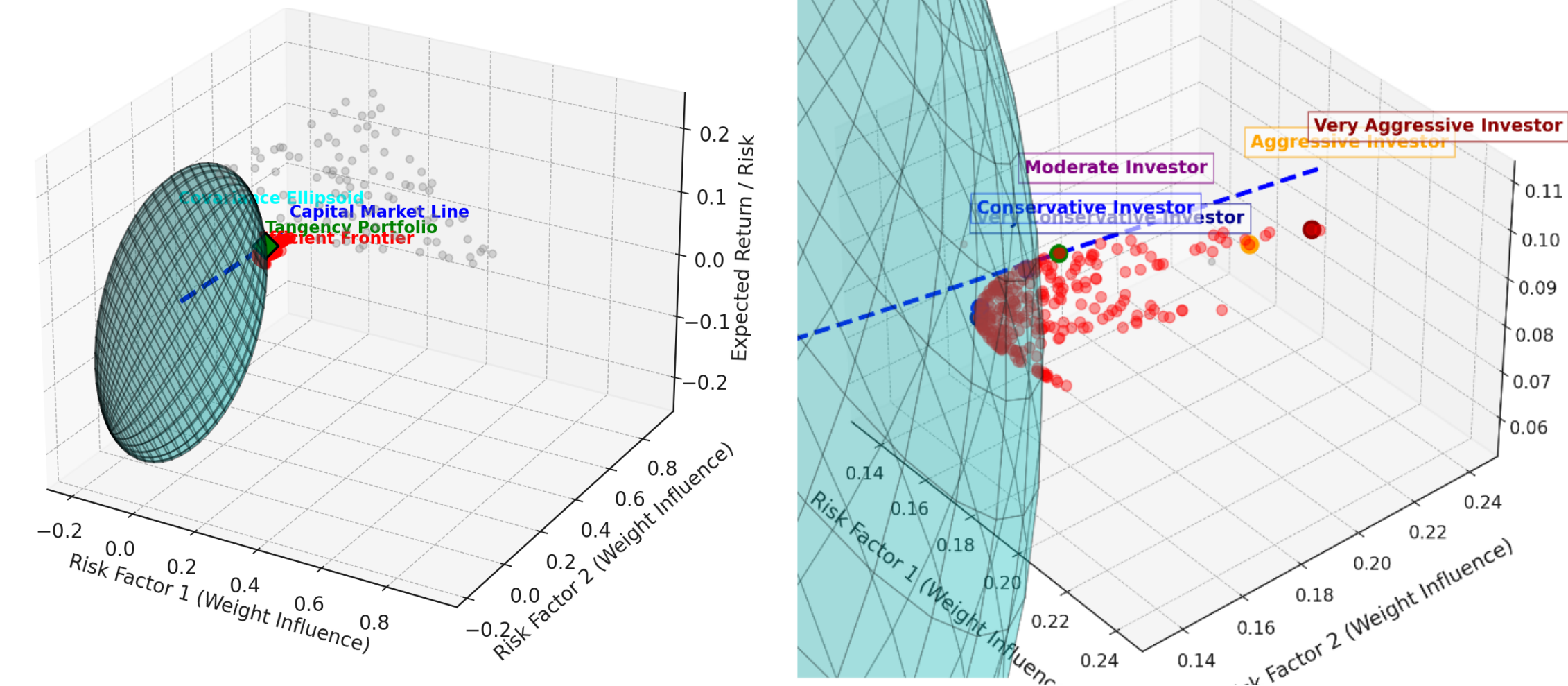


Fig 8: Geometría en el caso de Markowitz mostrando el portfolio tangente (optimo), el elipsoide es la matriz de covarianzas y la frontera eficiente en rojo.

¿Que se necesita superar?

- **Primer problema:** Variables exógenas + endógenas = riesgos idiosincráticos + sistemáticos.

Los factores añaden la posibilidad de cubrir el riesgo sistemático en la optimización de portafolios. Sin embargo, para mantener el máximo nivel de diversificación del riesgo idiosincrático al añadir el sistemático, las variables exógenas deben cumplir ciertas propiedades.

- **Segundo problema:** Relación entre los activos y la dinámica de la cartera.

Las dinámicas de los activos individuales tienen sus drivers óptimos (causales + persistentes + mejores predictores). Cuando el enfoque está en la optimización de la cartera -> Diversificación, nos importan los activos individuales, sino la dinámica de diversificación del de la cartera. Drivers óptimos de diversificación idiosincrática + sistemática.

- **Tercer problema:** La causalidad es difícil -> probabilidad de causalidad (herramientas accesibles para la diversificación causal).
- **Cuarto problema:** Las dinámicas de los activos y del portafolio pueden modelarse mediante PDEs, a partir de las cuales las sensibilidades pueden aproximarse con ML.

Solución propuesta:

- Solución basada en sistemas dinámicos PDEs/SPDEs con un marco causal genérico para la diversificación del riesgo de cartera.
- PDEs/SPDEs para modelar la dinámica de activos y carteras con respecto a sus drivers óptimos en términos de causalidad y persistencia.
- Los drivers óptimos para activos individuales no son la solución -> Enfoque en drivers causales comunes para un portafolio (Principio de Causa Común de Reichenbach, 1956).
- Las sensibilidades de los componentes de una cartera respecto a sus drivers comunes se aproximan con redes neuronales.
- Los activos de la cartera se proyectan en espacios de drivers comunes causales o planos tangentes, donde los activos son independientes.
- La optimización de carteras mantiene la máxima diversificación idiosincrática de Markowitz, añadiendo diversificación sistemática gracias al espacio causal común.

Un Modelo para las Dinámicas de Activos y Carteras

- Dado los retornos de un activo, A , un de conjunto de drivers x_1, \dots, x_m :
- Uno modelo PDE: $A(t) = F\left(\frac{\partial A(t)}{\partial x_1(t)}, \frac{\partial A(t)}{\partial x_2(t)}, \dots, \frac{\partial A(t)}{\partial x_m(t)}, \frac{\partial x_1}{\partial t}, \dots, \frac{\partial x_m}{\partial t}, \frac{\partial A_t}{\partial t}, x_1, \dots, x_m\right)$

- **Optimalidad de Drivers:**
 - Optimo en Persistencia
 - Optimo en Probabilidad de Causalidad
- **Drivers específicos** son los óptimos para los activos individuales.

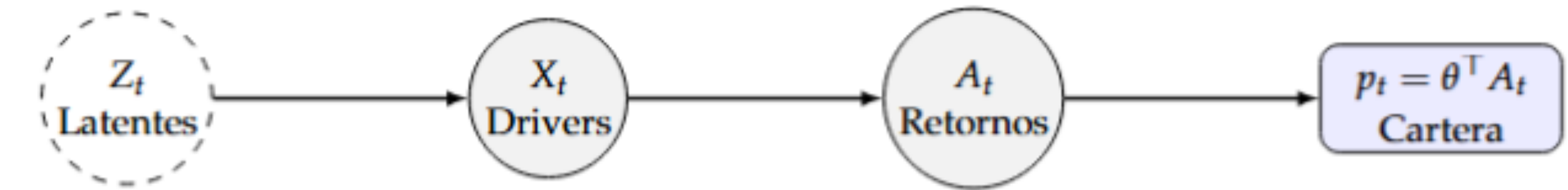


Figura 9: Representación SCM del Principio de Comunalidad: los factores latentes Z_t influyen en los drivers X_t , que determinan los rendimientos de los activos A_t y, en última instancia, los pagos del portafolio p_t .

- **Principio de Comunalidad para Drivers Óptimos de Cartera (Rodriguez Dominguez, 2023)** : Los drivers óptimos para una cartera, una elección óptima tanto en términos de persistencia como de probabilidad de causalidad para una cartera, son **los drivers específicos que se comparten más entre todos los componentes de la cartera** o que se seleccionan repetidamente como drivers específicos en el mayor número de componentes de la cartera.

Principio de Causa Común de Reichenbach (RCCP)

La correlación entre dos variables debe existir, ya sea porque una causa la otra variable, o viceversa, o porque existe una tercera causa de esa correlación. Reichenbach establece un conjunto de reglas que la causa común debe cumplir para existir, pero que al final son propiedades estadísticas comunes.

$$P(AB|C) = P(A|C)P(B|C)$$

$$P(AB|C^C) = P(A|C^C)P(B|C^C)$$

$$P(A|C) > P(A|C^C)$$

$$P(B|C) > P(B|C^C)$$

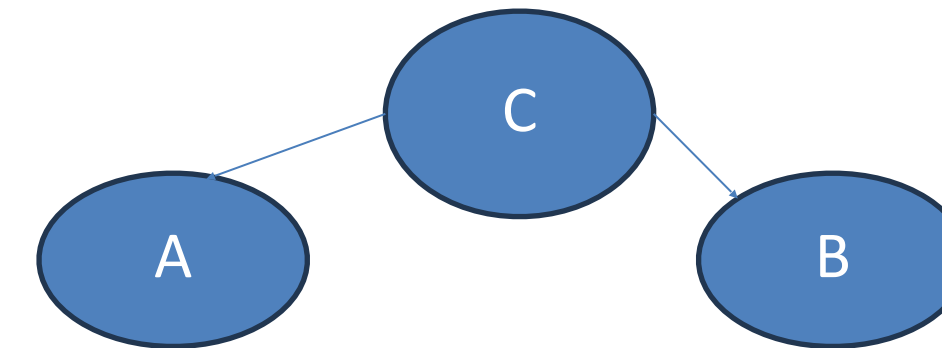


Fig 10: Bifurcación de Confusión

Principio de Comunalidad para la Selección óptima de Drivers de una Cartera

Una partición de un espacio de probabilidades, X_m , se dice que es un sistema de causa común estadística ϵ -común (ϵ -SCCS) para A_i y A_j , si todos sus miembros son diferentes de A_i y A_j , y cada miembro X_m cumple la condición (Reichembach, 1956):

$$P(A_i A_j | X_m) = P(A_i | X_m) P(A_j | X_m) \leq \epsilon$$

Se busca $X_m = \{X_1, \dots, X_m\}$ drivers, en un mercado de miles ($M \gg m$), tal que se cumpla el Principio de Comunalidad:

$$\min_{X_m \subset C, |X_m|=m} \left| \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \left(P(A_i A_j | X_m) - P(A_i | X_m) P(A_j | X_m) \right) \right| \leq m\epsilon, \quad \forall m = 1:4:M$$

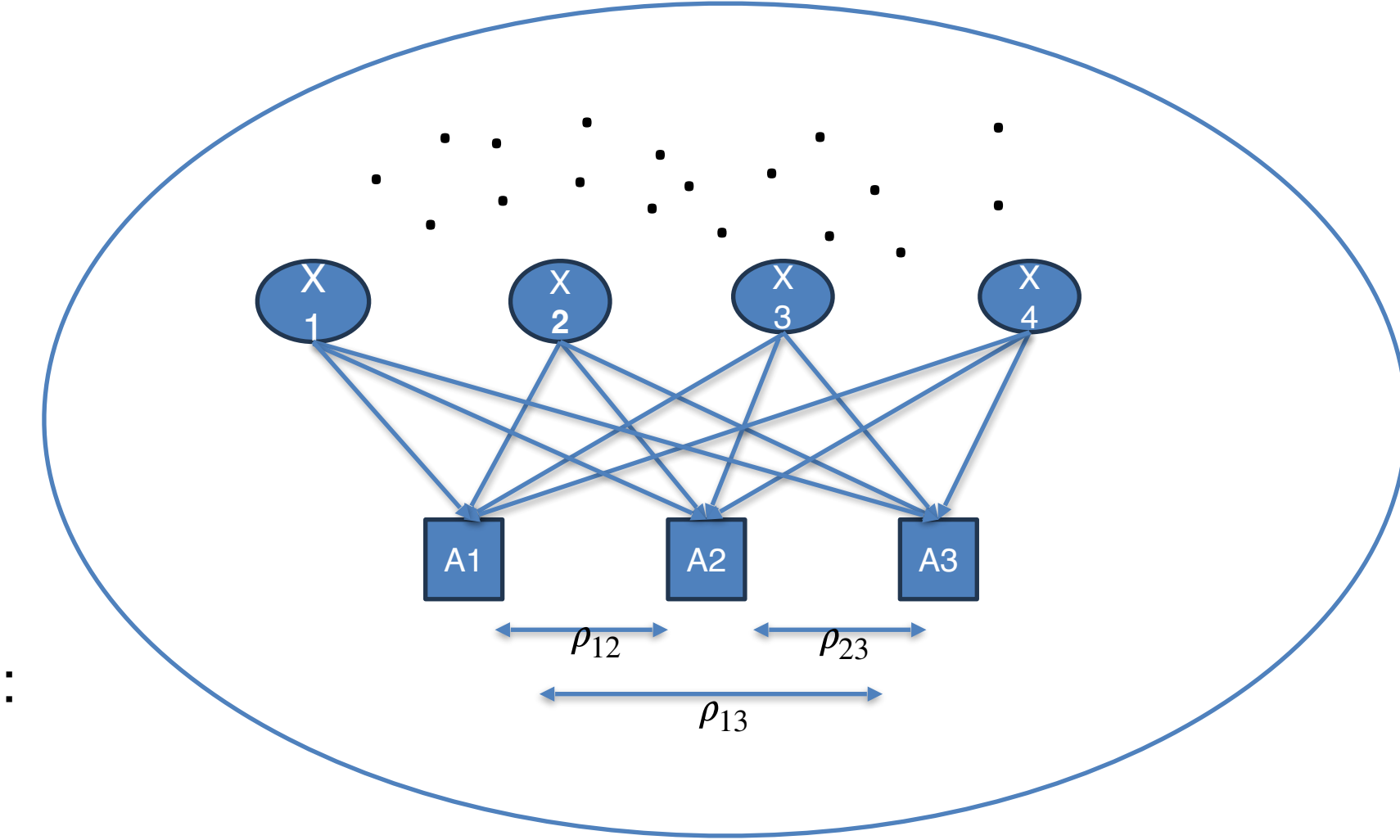


Figura 11: Grafo causal para la selección óptima del conjunto de drivers causales comunes según el principio de comunalidad para el caso de $m=4$ drivers (X_m) y $n=3$ activos (A)

Optimización en el espacio de drivers

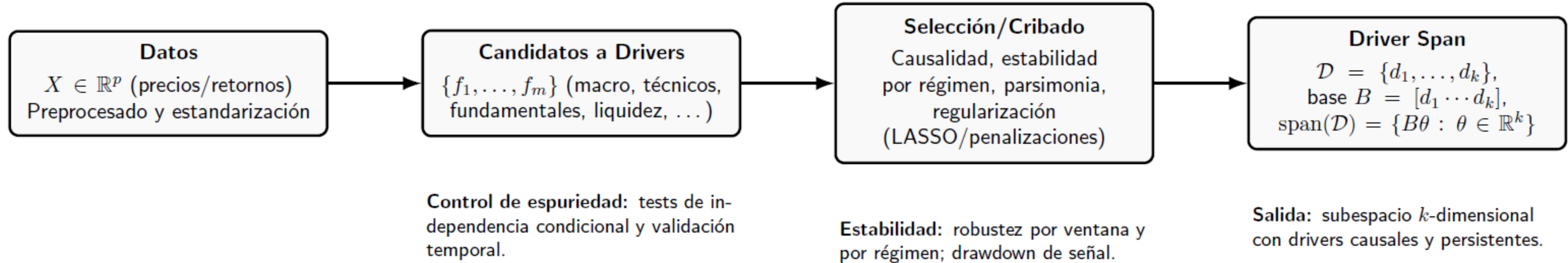
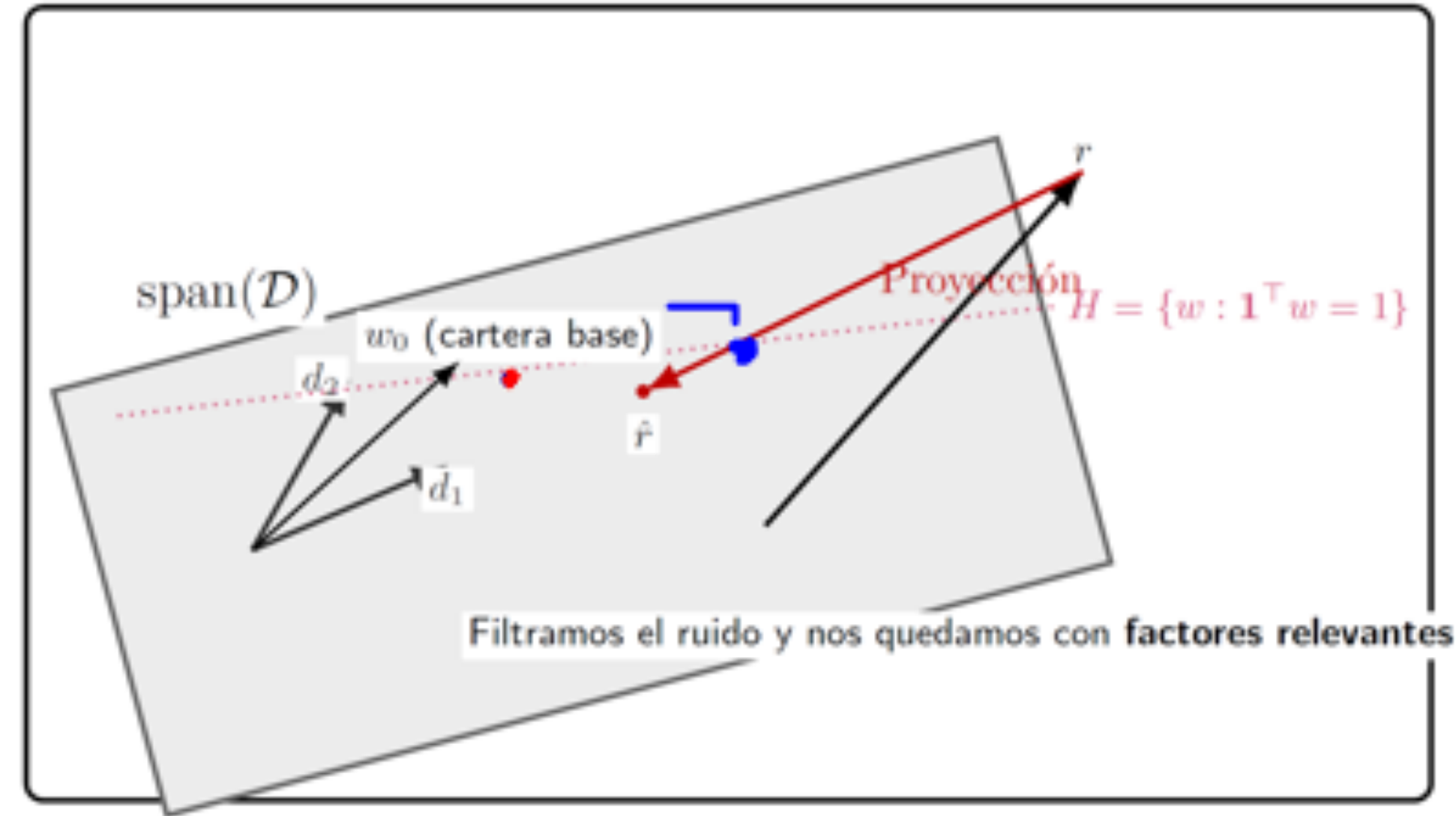


Figura 12: Optimización en el espacio de drivers causales (Rodriguez Dominguez, 2025b)



1. Proyección de retornos en el span:

$$\hat{r} = \Pi_{\text{span}(\mathcal{D})}(r) = B(B^\top B)^{-1}B^\top r.$$

- ## 2. Reformulación en parámetros θ :

$$w = B\theta, \quad \mu_B = B^\top \mu, \quad \Sigma_B = B^\top \Sigma B.$$

3. Cartera de mínima varianza en el span:

$$\min_{\theta} \theta^\top \Sigma_B \theta \quad \text{s.t.} \quad 1^\top B \theta = 1.$$

Lagrangiano:

$$\mathcal{L}(\theta, \lambda) = \theta^\top \Sigma_B \theta + \lambda(1^\top B \theta - 1).$$

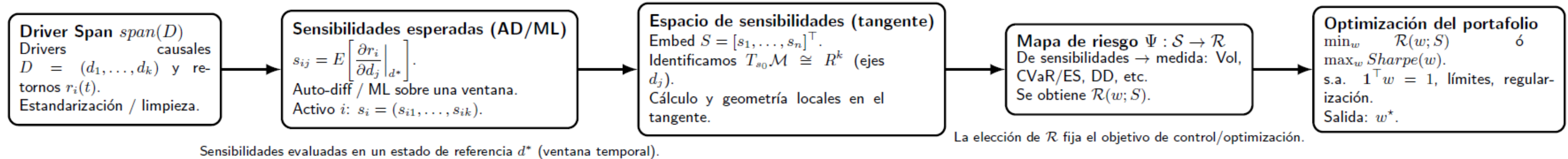
Solución cerrada:

$$\theta^* = \frac{\Sigma_B^{-1} B^\top \mathbf{1}}{\mathbf{1}^\top B \Sigma_B^{-1} B^\top \mathbf{1}}, \quad w_0 = B\theta^*.$$

- #### 4. Cartera de Máx. Sharpe en el span:

$$\theta^* \propto \Sigma_B^{-1} \mu_B, \quad w_0 = \frac{B\theta^*}{1^\top B\theta^*}.$$

Optimización en planos tangentes a la Variedad Causal



Estimación del espacio de sensibilidades causales de la cartera

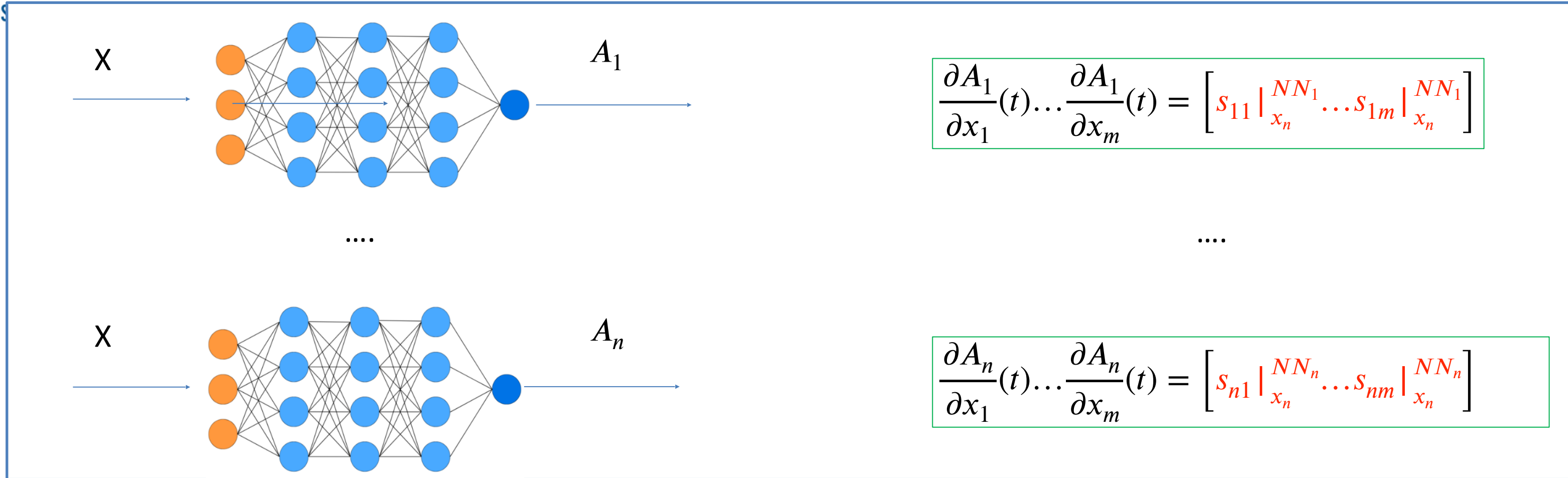
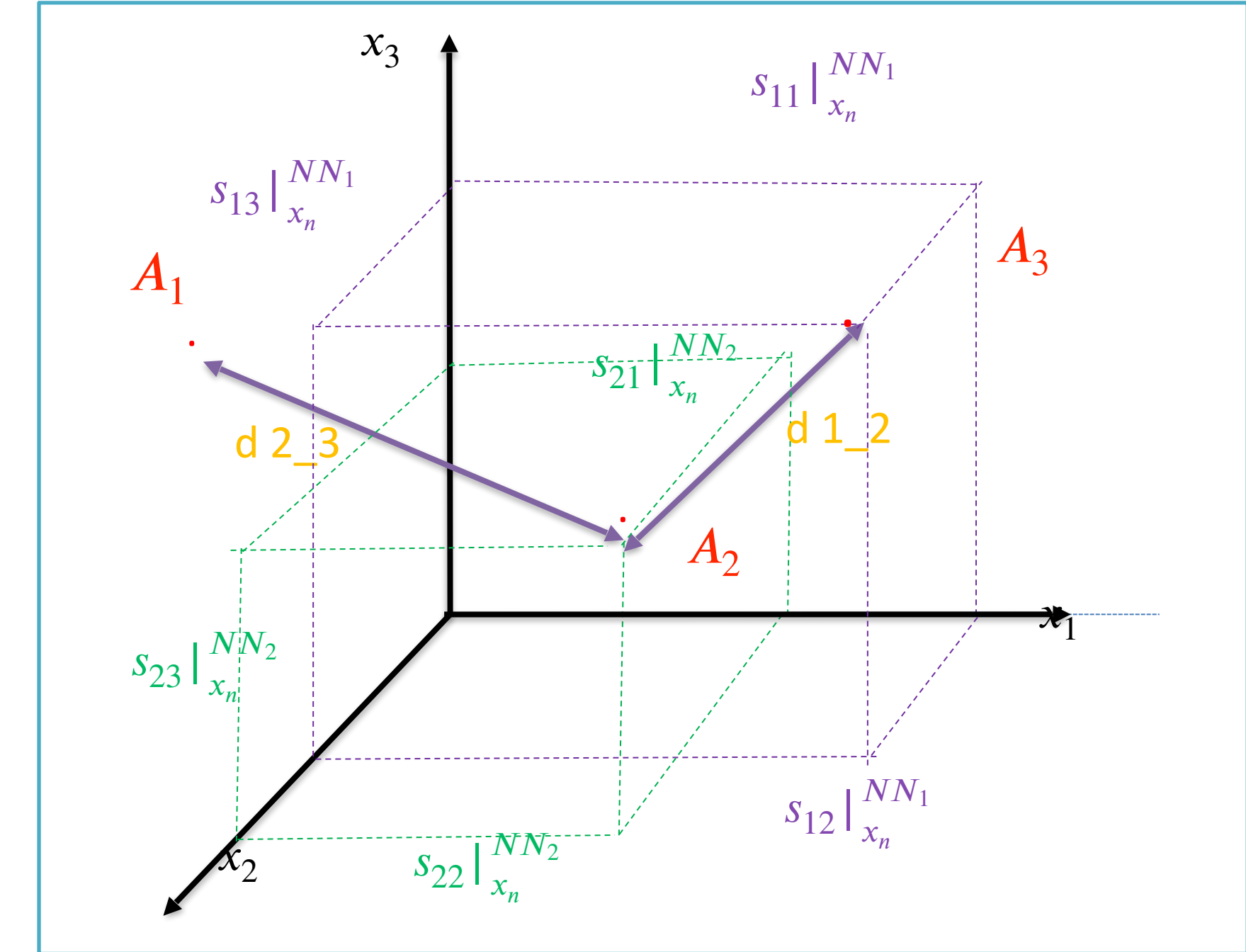
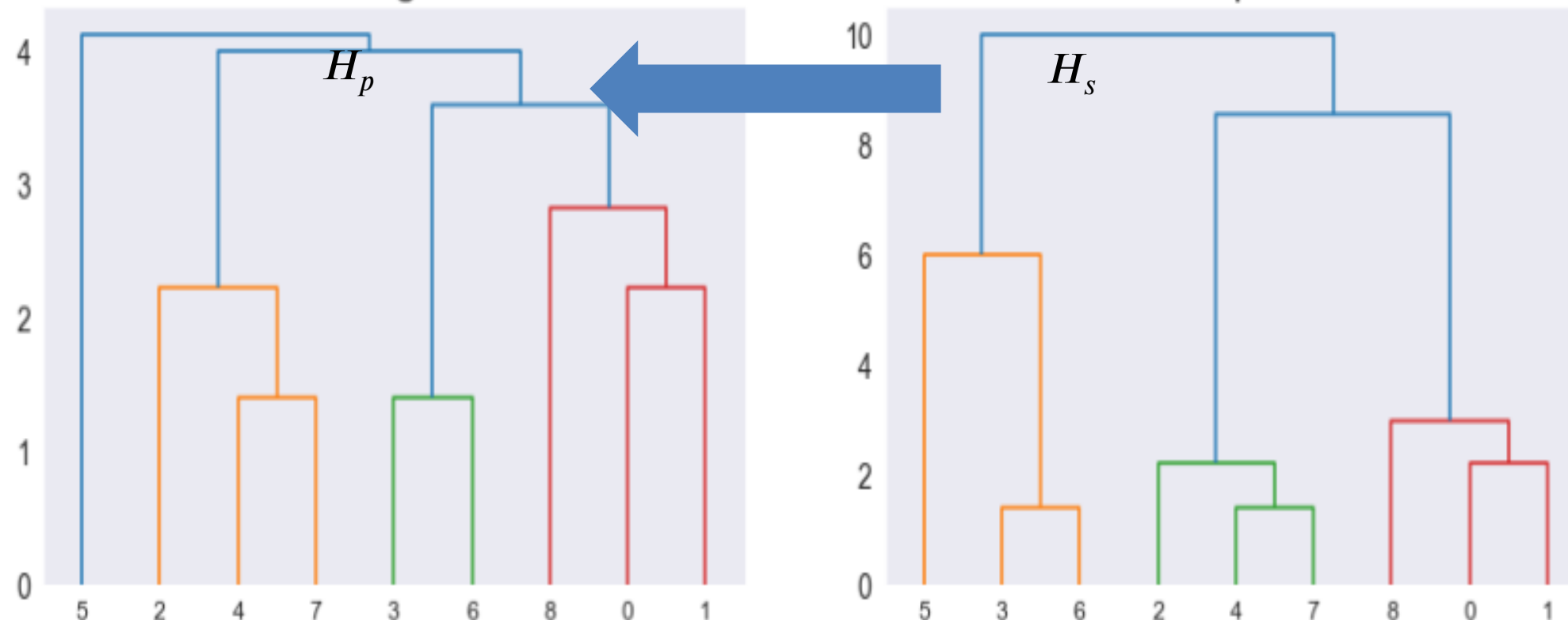


Figura 13: Obtención de los vectores de sensibilidad de los constituyentes A_1, \dots, A_n , respecto a los drivers comunes causales X_1, \dots, X_m . (Rodriguez Dominguez, 2023)

Figura 14: Espacio incrustado de sensibilidades con las proyecciones de los activos (Rodriguez Dominguez, 2023)



Mapeo de Riesgos: Método de Paridad de Sensibilidad Jerárquica (HSP)



$$H_p = f(\text{Matriz Corr.})$$

$$w_p = f(\sigma(H_p))$$

$$H_s = f(\text{Mat. Sens})$$

$$w_s = f(\sigma(H_s))$$

$$w_p = \underset{w}{\operatorname{argmin}} F(\text{Riesgo}_p(w))$$

$$\text{Riesgo}_p(w_p) = \frac{E[(X - \mu)^n]}{\sigma^n} ???$$

$$w_s = \underset{w}{\operatorname{argmin}} F(\text{Riesgo}_s(w_s))$$

$$\text{Riesgo}_s(w_s) = F(w_s, s)$$

$$G: (\text{Risk}_s(w_s), w_s) \rightarrow (\text{Risk}_p(w_p), w_p)$$

Figura 15: Mapeo de Riesgos desde el espacio causal de sensibilidades a espacios con medidas de riesgo manejables o de interés (varianza, volatilidad, cVaR)

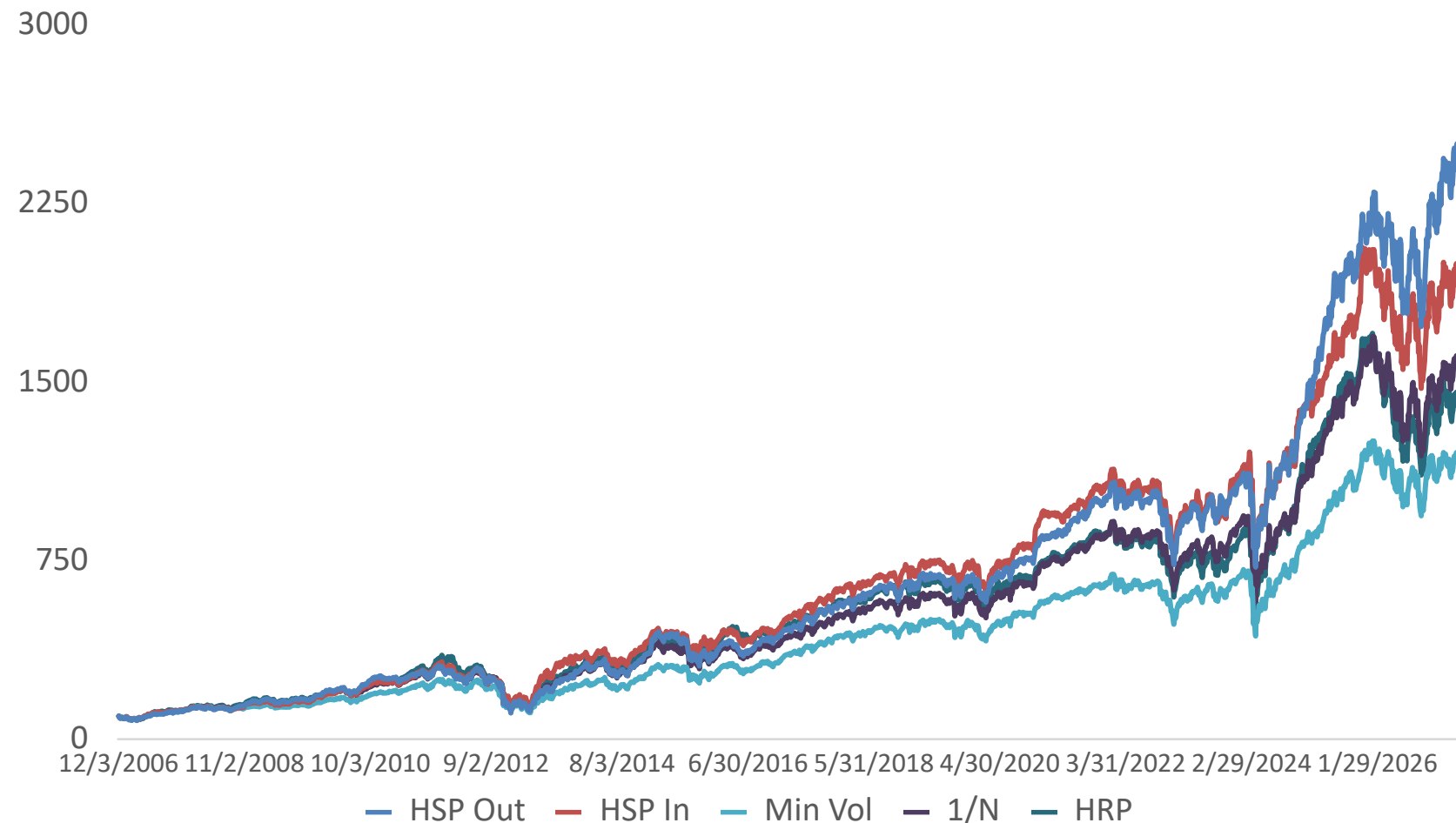
Método de Paridad de Sensibilidad Jerárquica (HSP)

Matriz de distancias entre los constituyentes de la cartera en el espacio de sensibilidades.

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} s_{11} & \cdots & s_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ s_{N1} & \cdots & s_{NN} \end{bmatrix}, \quad s_{ij} = d\left(\frac{\partial A_i}{\partial \mathbf{X}_m}, \frac{\partial A_j}{\partial \mathbf{X}_m}\right) = d\left(\vec{\beta}_i, \vec{\beta}_j\right) = d\left([\beta_i^1, \dots, \beta_i^M], [\beta_j^1, \dots, \beta_j^M]\right)$$

Para resolver la optimización convexa, se aplica el clustering jerárquico a la matriz de sensibilidades y se utilizan las volatilidades de los clusters para encontrar los pesos, de manera similar a lo que otros métodos hacen con la matriz de correlación, como la Paridad de Riesgo Jerárquica (Lopez de Prado, 2016) o la Contribución de Riesgo Igualitaria Jerárquica (T. Raffinot, 2018). Así, el nombre Paridad de Sensibilidad Jerárquica (Rodriguez Dominguez, 2023). Existen otros métodos numéricos disponibles para abordar la no invertibilidad de \mathbf{X}_m .

Resultados: Paridad de Sensibilidad Jerárquica (HSP)



	HSP Out	HSP In	Min Vol	1/N	HRP
NAV ₀	99,9649605	99,79877	100,2275	100,1447	99,67657
NAV _t	2729,07	2107,34	1236,50	1706,29	1533,85
Total Return	2630,02%	2011,59%	1133,70%	1603,82%	1438,83%

Yield Annual Ret	17,43%	15,97%	12,98%	14,77%	14,20%
Vola	23,02%	23,07%	22,89%	22,06%	21,99%

Sharpe	0,76	0,69	0,57	0,67	0,65
--------	------	------	------	------	------

Fig 16 Inversiones a Largo Plazo. (HSP, HRP (de Prado, 2016), Markowitz, 1/N) (Rodriguez Dominguez, 2023)

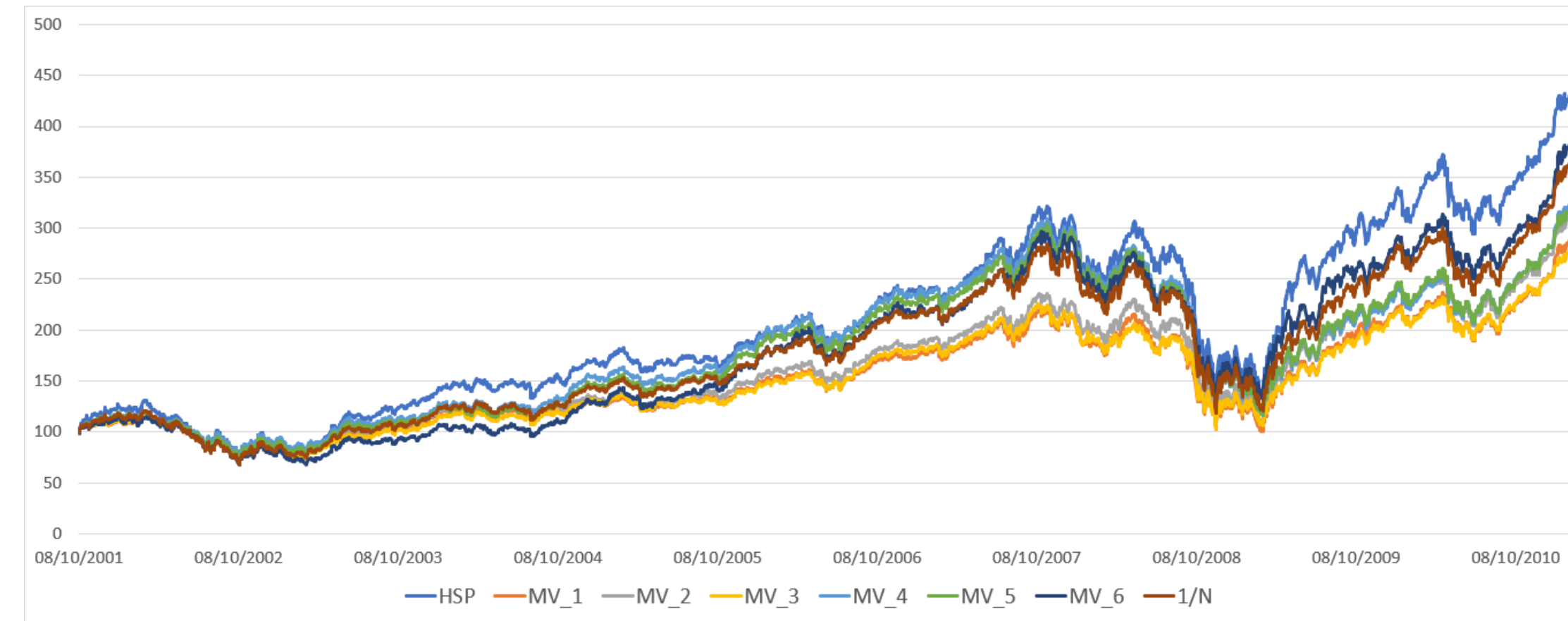


Fig 17: De 2001 a 2010. 2008 La Gran Crisis Financiera. HSP en azul vs 1/N y variantes de Mean Variance

Soluciones con espacios causales dinámicos

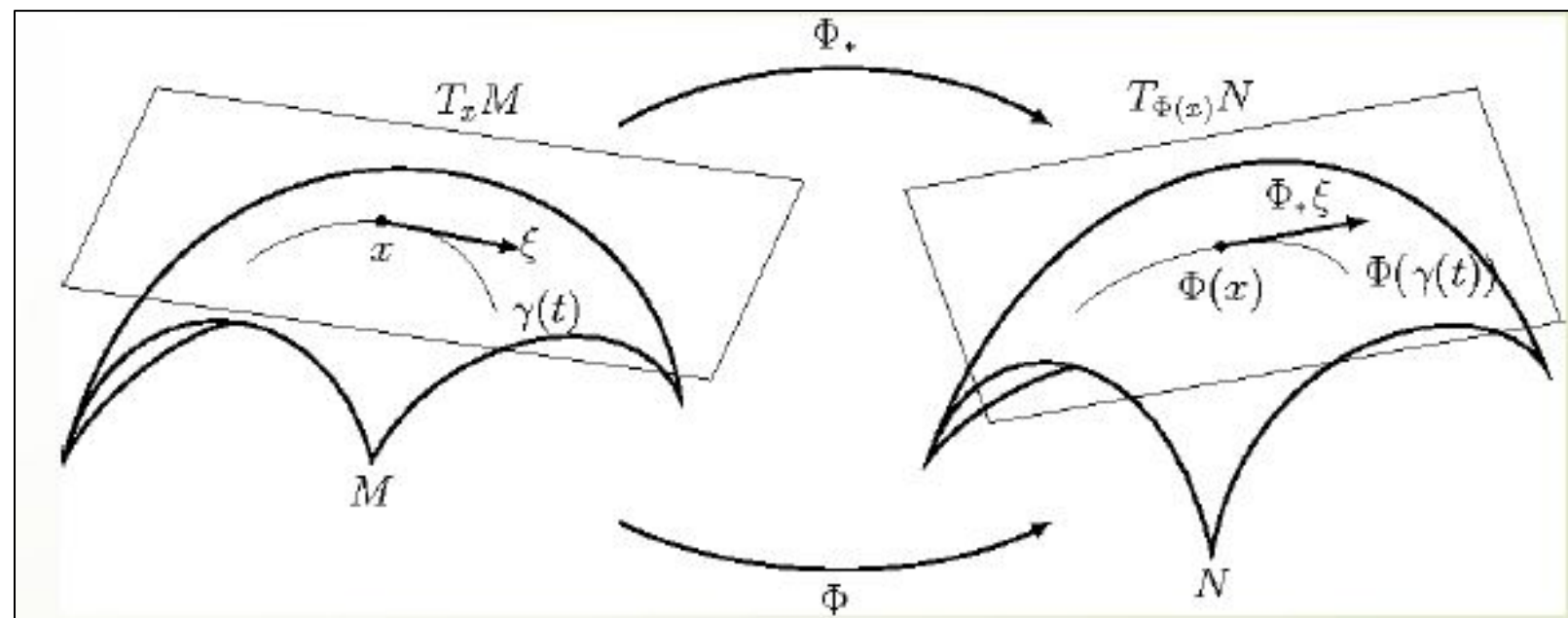
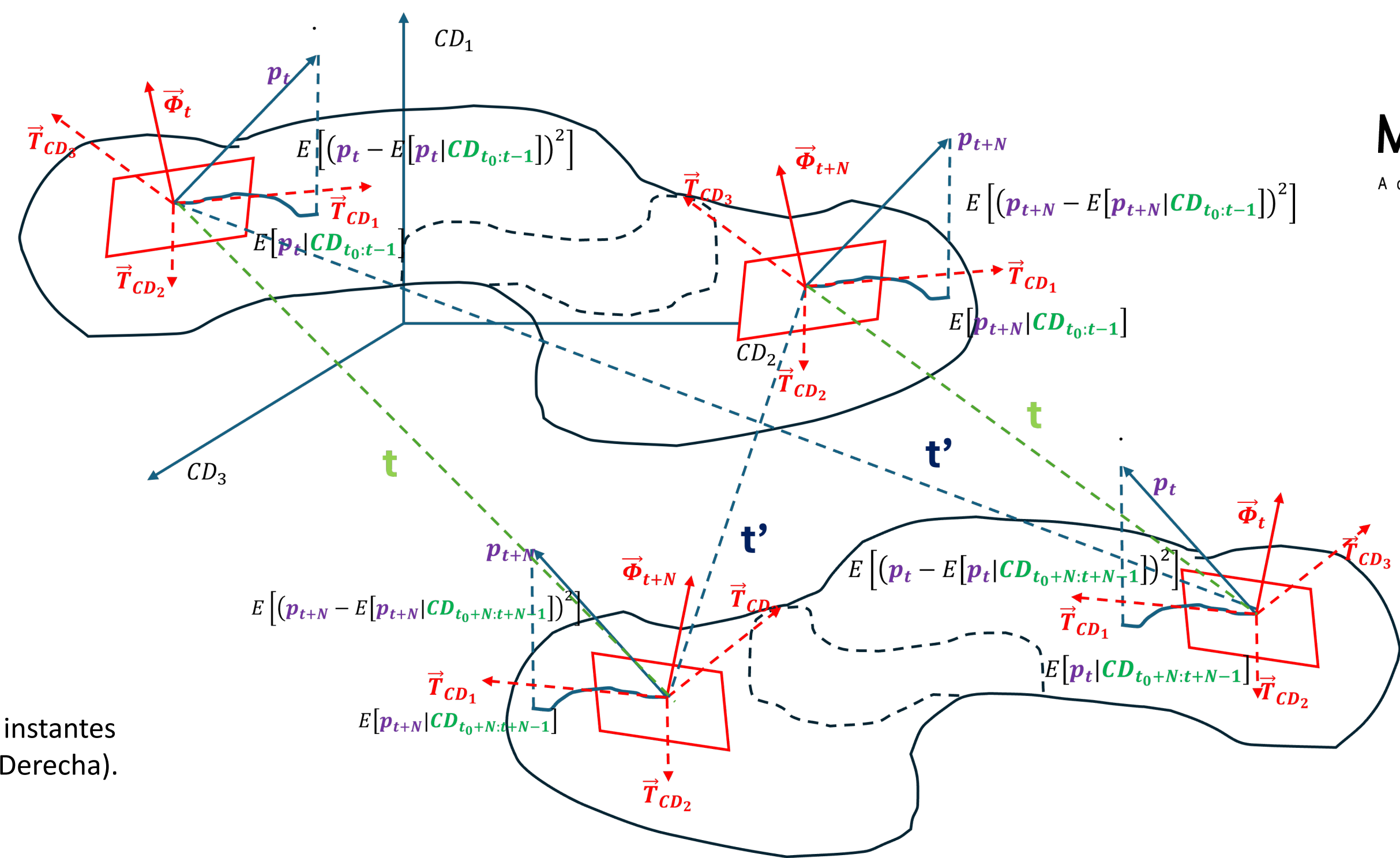


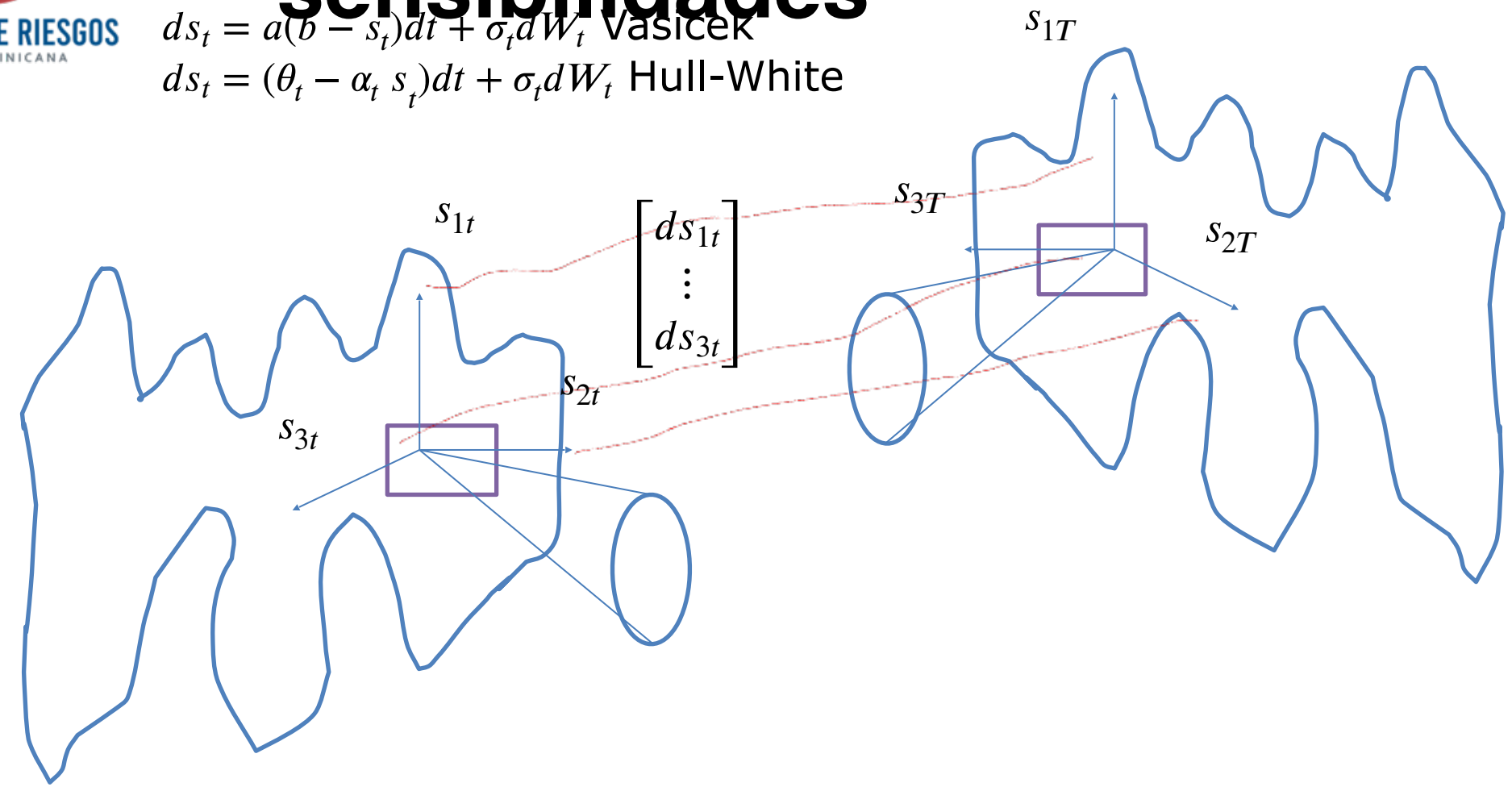
Figura 18: Variedad causal y planos tangentes formados por las sensibilidades (Izquierda). La variedad Causal en dos instantes de tiempo y como el plano tangente surfea la variedad local y globalmente en dos tiempos (t' y t) respectivamente (Derecha). (Causal Portfolio Optimization, Rodriguez Dominguez, 2025a)



Gestión de carteras mediante modelización de sensibilidades

$$ds_t = a(b - s_t)dt + \sigma_t dW_t \text{ Vasicek}$$

$$ds_t = (\theta_t - \alpha_t s_t)dt + \sigma_t dW_t \text{ Hull-White}$$



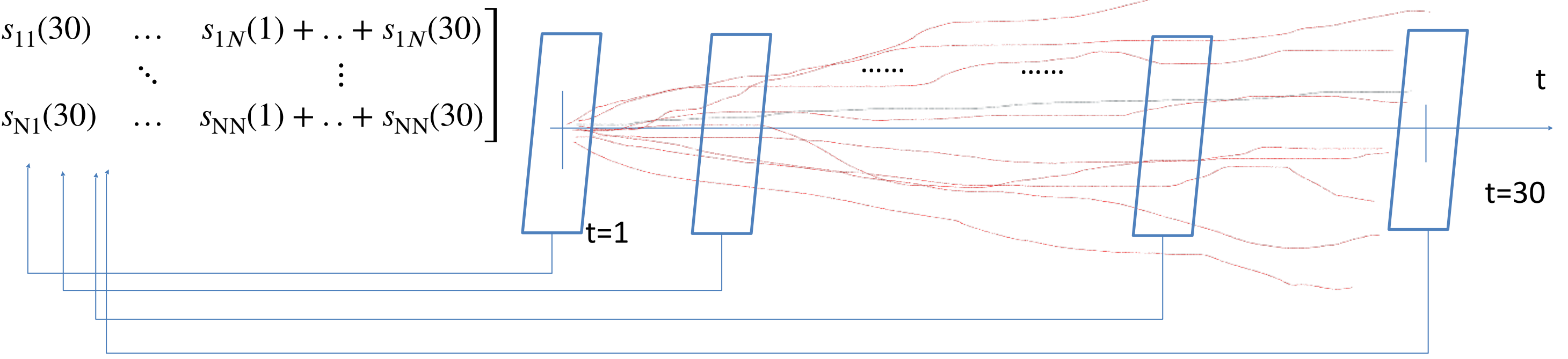
$$W = HSP(S)$$

$$S = \begin{bmatrix} s_{11}(1) + \dots + s_{11}(30) & \dots & s_{1N}(1) + \dots + s_{1N}(30) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ s_{N1}(1) + \dots + s_{N1}(30) & \dots & s_{NN}(1) + \dots + s_{NN}(30) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} s_{11} & \dots & s_{1M} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ s_{N1} & \dots & s_{NM} \end{bmatrix} (t)$$

Simulaciones Montecarlo

$$\begin{bmatrix} s_{11} & \dots & s_{1M} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ s_{N1} & \dots & s_{NM} \end{bmatrix} (t + 30)$$



Matrices de distancia basadas en S en cada t

Figura 19: Variedad en dos instantes de tiempo y las SDEs de las sensibilidades que los unen (Izquierda). Simulación de las sensibilidades a futuro y construcción de matrices de distancia en los espacios de sensibilidades posteriores. Aglutinadas después en una gran matriz para resolver HSP (Derecha). (Causal Portfolio Optimization, de Rodriguez Dominguez, 2025a)

Resultados Numéricos



Fig 20: NAVs de path dependent HSP con Vasicek vs original HSP

Interval	<i>m</i>	V (best <i>S</i>)	RAW (best <i>S</i>)	CPCM-B (best <i>S</i>)
2006-06-15 → 2011-06-15	3	0.31	0.33	0.27
	7	0.45	0.33	0.83
	12	0.22	0.33	0.90
2013-06-15 → 2018-06-15	3	1.17	1.51	0.96
	7	1.08	1.51	1.16
	12	1.14	1.51	1.45
2018-06-15 → 2023-06-15	3	0.75	0.39	0.45
	7	0.43	0.39	0.73
	12	0.53	0.39	0.31

Máximo Sharpe por intervalo y nº de factores (selección combinada + filtrado PF)

Interval	<i>m</i>	V (best <i>S</i>)	RAW (best <i>S</i>)	CPCM-B (best <i>S</i>)
2006-06-15 → 2011-06-15	3	0.32	0.33	0.27
	7	0.45	0.33	0.84
	12	0.16	0.33	0.90
2013-06-15 → 2018-06-15	3	1.17	1.51	0.96
	7	1.08	1.51	1.16
	12	1.22	1.51	1.45
2018-06-15 → 2023-06-15	3	0.75	0.39	0.45
	7	0.81	0.39	0.73
	12	0.53	0.39	0.31

Máximo Sharpe por intervalo y nº de factores (selección por correlación + filtrado EKF). Cada celda muestra el mejor Sharpe dentro de su clase (V, RAW, CPCM-B)

Drivers	Filter	V-variants	RAW	CPCM-B
bayes	EKF	0.69	0.59	0.66
bayes	PF	0.69	0.59	0.66
combo	EKF	0.65	0.59	0.63
combo	PF	0.65	0.59	0.63
corr	EKF	0.72	0.59	0.65
corr	PF	0.72	0.59	0.65

Sharpe promedio por intervalo y nº de factores según selección de drivers y filtro (V = promedio V1–V4 en manifold dinámica; RAW = baseline sin adaptar; CPCM-B = baseline adaptado en manifold)

Variant	Drivers			
	3	7	12	20
V1_linear+HJB	0.95±1.78	1.56±1.43	1.50±1.22	1.25±1.25
V2_MLP+HJB	0.93±1.76	1.46±1.15	0.99±1.38	1.20±1.30
V3_PINN+HJB	0.88±1.78	1.42±1.18	1.56±1.25	1.09±1.40
V4_PINN_noPDE	0.89±1.79	1.51±1.31	1.52±1.26	0.92±1.04

Media ± desviación estándar del Sharpe por método (selección de drivers + estimación de estado), variante y nº de factores.

Conclusiones

- Framework de gestión de carteras que incorpora la dinámica de la diversificación y su trayectoria.
- Flexible en la selección de drivers causales comunes (principio de comunalidad), garantizando un espacio geométrico coherente.
- Mantiene la diversificación del enfoque no condicionado de Markowitz y añade diversificación sistemática al trabajar en el espacio de drivers.
- Dinámicas y sensibilidades estimables con modelos lineales (interpretables) o no lineales (p. ej., redes neuronales).
- Optimiza en cualquier medida de riesgo (volatilidad, CVaR/ES, drawdown, etc.) mediante mapeos desde el espacio causal común.
- También permite optimizar en el propio espacio causal con métodos clásicos: Markowitz, Black-Litterman, Entropy Pooling, entre otros.
- Mejores y más robustos resultados por régimen: mayor Sharpe, menor turnover y más estabilidad, especialmente con variedades dinámicas y Redes Neuronales.

MiraltaBank

A d v a n c e d B a n k i n g

Aviso Legal

Naturaleza de este material:

Este documento únicamente contiene la presentación de nuestro Fondo. El inversor debe revisar el Folleto, el documento de Datos Fundamentales para el Inversor y los informes periódicos del Fondo, todos ellos a su disposición en www.miraltabank.com. Asimismo se puede consultar la referida información legal en la página web de la CNMV. Este material no debe ser considerado en modo alguno una oferta, recomendación, asesoramiento, análisis financiero, invitación a invertir, ni de ninguna otra forma entenderse como base para tomar decisiones de inversión.

Exención de responsabilidad:

Ni Miralta Asset Management SGIIC, S.A.U. ni sus representantes o asesores responderán en forma alguna de daños que se deriven del uso de este documento o de su contenido o que traigan causa en cualquier otra forma del mismo. El lector es el único responsable de su interpretación, uso o decisiones de inversión.

Derechos reservados:

Todos los derechos de propiedad intelectual e industrial de estas páginas son titularidad de Miralta Asset Management SGIIC, S.A.U. Queda prohibida su reproducción, distribución, comunicación pública y transformación. Igualmente, todos los nombres comerciales, marcas o signos distintos de cualquier clase contenidos en este documento están protegidos.



Bibliografía

- Huang S, Song Y, Xiang H (2024). The Smart Beta Mirage. Journal of Financial and Quantitative Analysis. 2024;59(6):2515-2546. doi:10.1017/S0022109023000674
- López de Prado, M. (2016) Building Diversified Portfolios that Outperform Out of Sample. Journal of Portfolio Management, 42, 59-69.
<https://doi.org/10.3905/jpm.2016.42.4.059>
- Raffinot, T. (2018) The Hierarchical Equal Risk Contribution Portfolio. SSRN Working Paper. <https://doi.org/10.2139/ssrn.3237540>
- Reichenbach H, (1956) The Direction of Time. By. University of California Press, Berkeley and Los Angeles, 1956
- Rodriguez Dominguez, A.(2023), Portfolio optimization based on neural networks sensitivities from assets dynamics respect common drivers, Machine Learning with Applications, Volume 11, 2023, 100447, ISSN 2666-8270, .
- Rodriguez Dominguez, A. (2024). A Portfolio's Common Causal Conditional Risk-Neutral PDE. In: Corazza, M., Gannon, F., Legros, F., Pizzi, C., Touzé, V. (eds) Mathematical and Statistical Methods for Actuarial Sciences and Finance. MAF 2024. Springer, Cham.
- Rodriguez Dominguez, A. (2025a). Causal portfolio optimization: Principles and sensitivity-based solutions. arXiv.
- Rodriguez Dominguez, A. (2025b). Causal PDE-Control Models: A structural framework for dynamic portfolio optimization. arXiv.
- Statman, Meir. (1987). How Many Stocks Make a Diversified Portfolio?. Journal of Financial and Quantitative Analysis. 22. 353-363. 10.2307/2330969.